

## Asal-usul – Rumus ABC

Bentuk umum persamaan kuadrat

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

Dengan metode melengkapkan kuadrat, akan didapatkan solusi dari persamaan kuadrat di atas, yaitu nilai  $x$  yang memenuhi persamaan tersebut.

Pindahkan semua konstanta ke ruas kanan

$$ax^2 + bx = -c$$

Bagi setiap ruas dengan koefisien dari  $x^2$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Tambahkan setiap ruas dengan kuadrat dari  $\frac{1}{2}$  dari koefisien  $x$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Ruas kiri sudah menjadi bentuk kuadrat sempurna, sehingga ubah bentuknya menjadi

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Sehingga bentuk non-kuadrat dari ruas kiri menjadi

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

Solusi dari persamaan kuadrat menjadi

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{-\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2}$$

Sederhanakan ruas kanan

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{-\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{-\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2a} \sqrt{-4ac + b^2}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sehingga solusi untuk persamaan kuadrat tersebut adalah

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Rumus ini lebih dikenal dengan rumus “abc”, karena melibatkan koefisien  $a$ ,  $b$ , dan  $c$ .

### Contoh Penggunaan:

Tentukan solusi dari persamaan kuadrat  $x^2 + 4x - 12 = 0$ .

**Jawab:**

Persamaan tersebut memiliki nilai koefisien  $a = 1$ ,  $b = 4$  dan  $c = -12$ .

Sehingga

$$\begin{aligned}x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 1(-12)}}{2 \cdot 1} \\x &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{2} \\x &= \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{2} \\x &= \frac{-4 \pm 8}{2} \\x &= \frac{-4 + 8}{2}, \text{ atau } x = \frac{-4 - 8}{2} \\x &= 2, \text{ atau } x = -6\end{aligned}$$

Sehingga solusi dari persamaan kuadrat  $x^2 + 4x - 12 = 0$  adalah  $x = 2$  atau  $x = -6$ .

**Cek ulang:**

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Untuk  $x = 2$

$$(2)^2 + 4(2) - 12 = 4 + 8 - 12 = 0$$

Persamaan terpenuhi.

Untuk  $x = -6$

$$(-6)^2 + 4(-6) - 12 = 36 - 24 - 12 = 0$$

Persamaan terpenuhi.